|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Лабораторная работа № 1**

**По курсу «Моделирование»**

|  |  |
| --- | --- |
| **Тема: «Программная реализация приближённого аналитического метода и численных алгоритмов первого и второго порядков точности при решении задачи Коши для ОДУ»**  **Студент Горячев В. Г.**  **Группа ИУ7-65Б**  **Оценка (баллы) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**  **Преподаватель Градов В. М.** |  |

Москва.

2021 г.

**Цель работы**

Получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и явными методами первого порядка точности (Эйлера) и второго порядка точности (Рунге-Кутта).

**Исходные данные**

1. ОДУ, не имеющее аналитического решения

**Результат работы программы**

1. Таблица, содержащая значения аргумента с заданным шагом в интервале и результаты расчёта функции в приближениях Пикара (от 1-го до 4-го), а также численными методами. Границу интервала выбирать максимальной возможной из условия, чтобы численные методы обеспечивали точность вычисления решения уравнения до второго знака после запятой.

**Теоретическая часть**

Формулировка задачи Коши для ОДУ первого порядка, разрешённого относительно производной:

Если аналитического решения нет, эту задачу можно решить приближением по методу Пикара:

Распишем 4 приближения заданного ОДУ

Получаем:

Другим способом решения данной задачи являются численные методы, в частности, рассматриваемые в рамках лабораторной работы методы Эйлера и Рунге-Кутта.

* Метод Эйлера, имеющий 1-й порядок точности:
* Метод Рунге-Кутта, 2-го порядка точности:

где Допустимо использование любого из этих двух значений альфа.

**Код программы (значимые участки)**

Приближения метода Пикара:

|  |
| --- |
| double **picar1**(double x) {  *return* x \* x \* x / 3.0;  }  double **picar2**(double x) {  double temp = picar1(x);  *return* temp \* (1. + temp \* x / 7.0);  }  double **picar3**(double x) {  double t = powl(x, 11);  *return* picar2(x) + t / 1039.5 + t \* powl(x, 4) / 59535.0;  }  double **picar4**(double x) {  double factor = powl(x, 4); *//* *x^4*  double t = powl(factor, 3) / x; *//* *(x^4)^3* */* *x* *=* *x^11*  double result = picar3(x);  result += ((t \*= factor) / 46777.5); *//* *x^15*  result += ((t \*= factor) / 1696747.5); *//* *x^19*  result += ((t) / 1244281.5); *//* *x^19*  result += ((t \*= factor) / 43133107.5); *//* *x^23*  result += (t / 99411543.); *//* *x^23*  result += ((t \*= factor) / 1670939077.5); *//* *x^27*  result += ((t \*= factor) / 109876902975.0); *//* *x^31*  *return* result;  } |

Метод Эйлера:

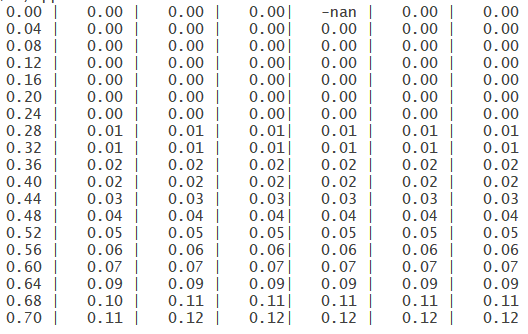
|  |
| --- |
| *inline* double **function**(double x, double u) {  *return* x \* x + u \* u;  }  double **eylerMethod**(double x, double y, double h) {  *return* y + h \* function(x, y);  }; |

Метод Рунге-Кутта:

|  |
| --- |
| *inline* double **function**(double x, double u) {  *return* x \* x + u \* u;  }  double **methodRK**(double x, double y, double h) {  *const* double alpha = 1.;  double k1 = function(x, y);  double k2 = function(x + h / (2. \* alpha), y + h / (2. \* alpha) \* k1);  *return* y + h \* ((1 - alpha) \* k1 + alpha \* k2);  }; |

**Результаты работы программы**

Столбцы: значения аргумента; 1-е, 2-е, 3-е, 4-е приближения метода Пикара; метод Эйлера; метод Рунге-Кутта.



**Вопросы при защите лабораторной работы**

1. Укажите интервалы значений аргумента, в которых можно считать решением заданного уравнения каждое из первых 4-х приближений Пикара. Точность результата оценивать до второй цифры после запятой. Объяснить свой ответ.

Если оценивать до второго знака после запятой, то это интервал [0, 0.68]. Это можно понять по совпадению результатов вычислений каждого приближения, поскольку если результат приближения меньшего порядка совпадает с результатом более высокого, то для данного значения аргумента его можно считать верным.

Говоря о каждом приближении в отдельности, то для 1-го приближения интервал - [0, 0.68]. За его пределами значение этой функции перестаёт совпадать со значениями функций более высоких порядков. Для 2-го приближения – [0, 1.12] по тем же причинам.

Отдельно стоит сказать об интервале для 3-го и 4-го приближений: он у них общий, [0, 1.40]. Далее значения расходятся, и мы не можем как-либо гарантировать, что 4-е приближение вычисляет правильно – требуется приближение ещё более высокого порядка.

1. Пояснить, каким образом можно доказать правильность полученного результата при фиксированном значении аргумента в численных методах.

Поскольку численные методы получают значение итеративно, точность и правильность результата зависят от шага аргумента, при выборе которого стоит учитывать также компьютерную погрешность и представление числе в компьютере. Если мы начинаем вычислять с большим шагом, а потом постепенно сокращаем его, то это надо делать до тех пор, пока изменение результата в интересующей нас точке будет существенным относительно самого значения. Как только результат практически перестанет изменяться с уменьшением шага, можно считать, что его правильность проверена.

Например, при шаге при метод Эйлера выдаст значение ~142. Уменьшаем шаг на порядок – получаем ~277, ещё на порядок – 313. «Замедление» уже заметно. Продолжаем уменьшать шаг на порядок – 317,25. Делать шаг меньше уже почти не имеет смысл, но уменьшим его в последний раз и получим, при шаге, равном , 317,67. Значение, выдаваемое методом, практически не изменилось (относительно начальных изменений).

1. Каково значение функции при , т.е. привести значение u(2).

При для метода Пикара 1-го, 2-го, 3-го и 4-го приближений результаты будут 2,67, 4,7, 7,22 и 9,03 соответственно. При шаге метод Эйлера выдаёт значение 313,04, а метод Рунге-Кутта – 318,73.